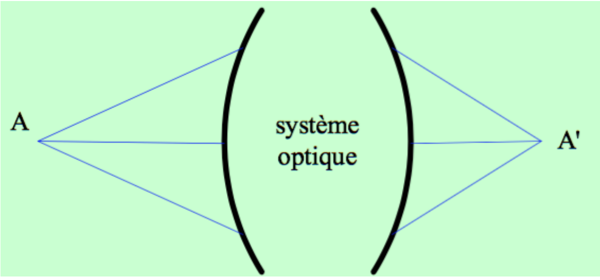
Table de matières

Séquence 2 : Dioptres sphériques et plans

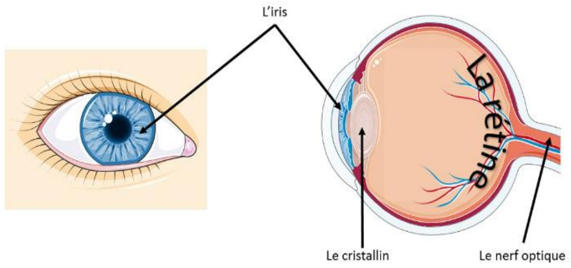
1 Système optique

1.1 Définition d’un système optique

Un système optique (S) est constitué d'un assemblage de milieux transparents dioptres ou de miroirs, qui interagissent avec la lumière pour former ou modifier des images. Voici quelques exemples courants de systèmes optiques l’œil, la lentille, le microscope, etc



Exemples : œil, lentille, microscope, etc ...



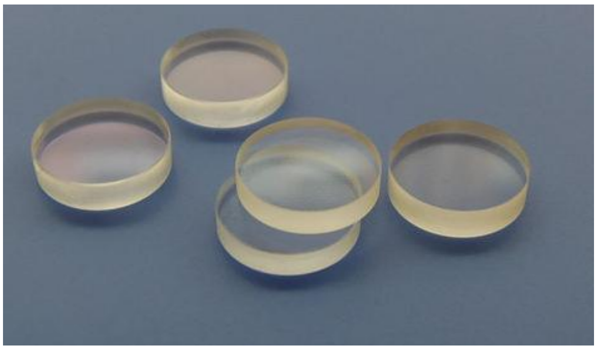


Figure 1 : œil **Figure 2 : Lentilles**

- L'œil humain sur la figure 1 est un système optique complexe qui permet la vision. Ce système optique est composé :

Du Cristallin : Le cristallin de l'œil est une lentille bi-convexe située juste derrière l'iris. Il joue un rôle crucial dans la mise au point de l'image sur la rétine.

De l’Iris : L'iris est la partie colorée de l'œil, et il est situé entre la cornée et le cristallin. Il est composé de muscles lisses qui contrôlent la taille de l'ouverture circulaire au centre de l'iris, appelée pupille. La pupille agit comme un diaphragme réglable, contrôlant la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil.

De la Rétine qui joue le rôle d'un écran en optique géométrique, sur lequel l'image se forme.

La lumière entre par la cornée, passe à travers le cristallin et se focalise sur la rétine, où l'image est formée. L'œil ajuste automatiquement la courbure du cristallin pour focaliser les objets à différentes distances.

-les lentilles sur la figure 2 sont des éléments optiques couramment utilisés dans divers dispositifs, tels que les lunettes, les appareils photo, les télescopes et les microscopes. Elles peuvent être convergentes ou divergentes et sont utilisées pour focaliser ou diverger les rayons lumineux afin de créer des images nettes.

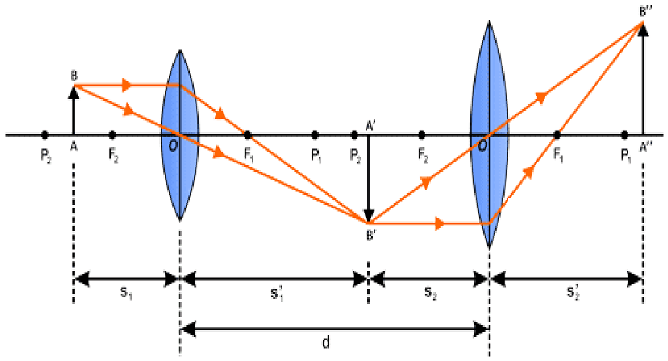


Figure 3 : Microscope

-Le Microscope sur la figure 3 est un système optique qui permet d'observer des objets de petite taille. Il se compose généralement de plusieurs lentilles, notamment un objectif et un oculaire, qui permettent d'agrandir l'image de l'objet observé.

- Etc …

1.2 Approximation de Gauss :

On dit qu'un système optique centré est utilisé dans l'approximation de Gauss, lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- ❑ Les points objets envoient des rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique.
- ❑ Les objets plans (de petites dimensions) doivent être perpendiculaires à l'axe du système et centrés sur lui.

2 Eléments constitutifs d'un instrument d'optique

Les éléments qui constituent, essentiellement, un instrument d'optique, sont deux catégories : les dioptres et les miroirs.

2.1 Les dioptres et leurs dérivées

2.1.1 Etude d'un dioptre sphérique

2.1.1.1 Définition

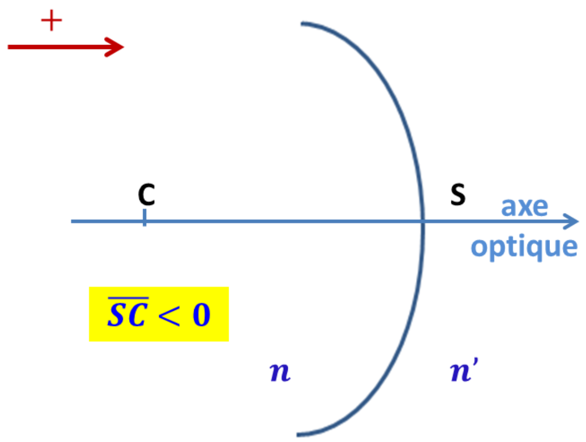
Un dioptre sphérique est un ensemble de deux milieux transparents, homogènes et isotropes d'indices différents n et n', séparés par une surface de forme sphérique. Dans l'approximation de Gauss, on se limite en fait à une partie de la sphère, c'est-à-dire à une calotte sphérique de sommet S, les angles considérés étant faibles. L'axe CS est appelé axe principal ou axe optique du dioptre.

Le dioptre sphérique est caractérisé par :

C : centre du dioptre

S : sommet du dioptre

$\overline{SC}$: rayon de courbure. Compte tenu de sa définition, il peut être positif ou négatif.



2.1.1.1.1 Dioptre sphérique concave ou convexe

- Un dioptre sphérique est convexe si la lumière passe d'abord par le sommet S ensuite par le centre C (c-à-d : si $\overline{SC} > 0$).
- Un dioptre sphérique est concave si la lumière passe d'abord par le centre C ensuite par le sommet S (c-à-d : si $\overline{SC} < 0$).

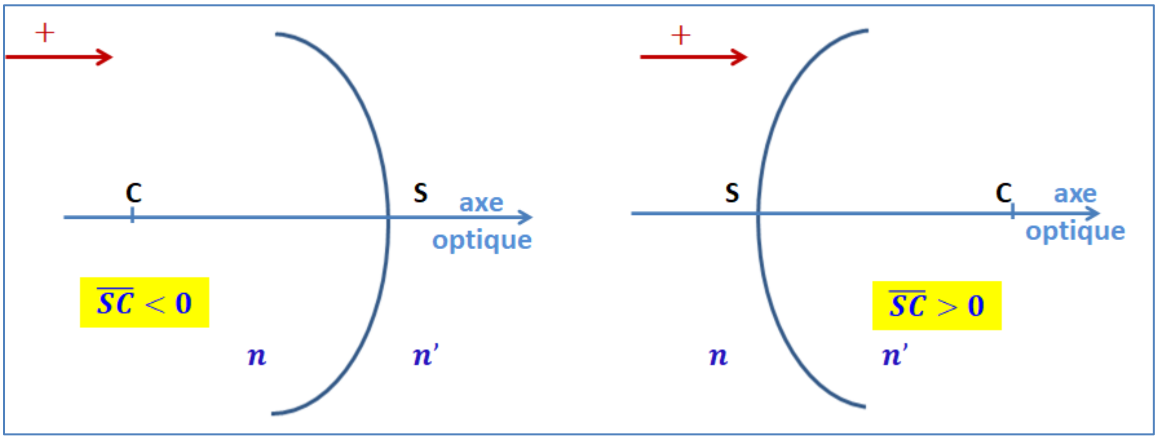
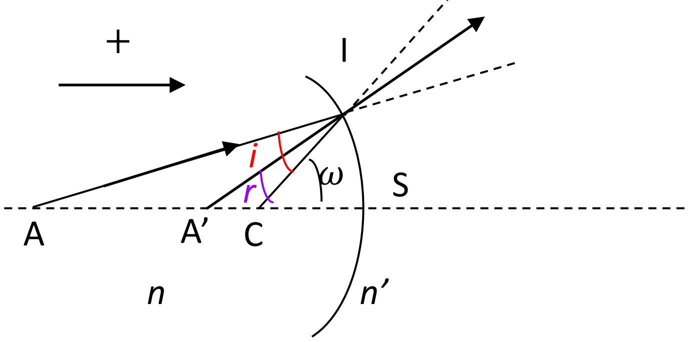


Figure 1 : Rayon incident sur un dioptre concave ou convexe

2.1.1.2 L'invariant fondamental

Soit un dioptre sphérique constitué de deux milieux homogène d'indices n et n'.



Dans le triangle (objet) AIC, on a :

$$\frac{\overline{CA}}{\sin i}=\frac{\overline{IA}}{\sin(\pi-\omega)} \qquad (1)$$

Dans le triangle (image) A'IC, on a :

$$\frac{\overline{CA'}}{\sin r}=\frac{\overline{IA'}}{\sin(\pi-\omega)} \qquad (2)$$

En éliminant la quantité : $\sin(\pi-\omega)$ entre les relations (1) et (2) on obtient :

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{IA}}\frac{1}{\sin i}=\frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}\frac{1}{\sin r}\Longrightarrow\frac{\overline{CA}}{\overline{IA}}=\frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}\frac{\sin i}{\sin r} \quad ,$$

Or : $\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n'}{n}$ (2ème loi de réfraction) $\Longrightarrow \quad n\frac{\overline{CA}}{\overline{IA}}=n'\frac{\overline{CA'}}{\overline{IA'}}$

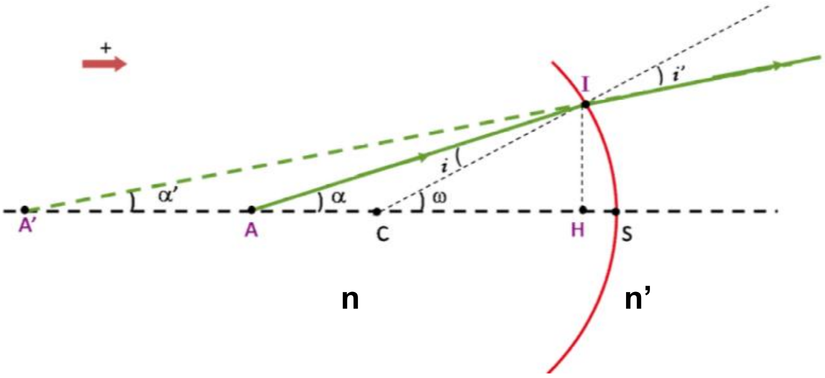
Donc on établit cette relation fondamentale à partir de la géométrie du dioptre, et à partir de laquelle on tire toutes les propriétés des dioptres et des miroirs.

2.1.1.3 Formule de conjugaison

L'établissement des relations de conjugaison d'un dioptre sphérique dépend du choix de l'origine.

2.1.1.3.1 Origine au sommet

Appliquons la relation des sinus aux deux triangles CAI et CA'I (voir figure ci-dessous):



$$\frac{\overline{CA}}{\sin i}=\frac{\overline{IA}}{\sin\omega}$$

$$\frac{\overline{CA'}}{\sin i'}=\frac{\overline{IA'}}{\sin\omega}$$

D'où la relation

$$\frac{\overline{IA'}}{\overline{IA}}=\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}\frac{\sin i}{\sin i'}$$

De plus, en appliquant la relation de Snell-Descartes au point I :

n sin i=n'sini'

d'où:

$$\frac{n\overline{CA}}{\overline{IA}}=\frac{n'\overline{CA'}}{\overline{IA'}}$$

Dans les conditions de Gauss, c'est à dire pour de faibles angles d'incidence, I est proche de S. Ainsi,

$$\frac{n\overline{CA}}{\overline{SA}}=\frac{n'\overline{CA'}}{\overline{SA'}}$$

En appliquant la relation de Chasles :

$\overline{CA}=\overline{CS}+\overline{SA}$ et $\overline{CA'}=\overline{CS}+\overline{SA'}$

Soit :

$$\frac{n\overline{CA}}{\overline{SA}}=\frac{n'\overline{CA'}}{\overline{SA'}}\Rightarrow\frac{n(\overline{CS}+\overline{SA})}{\overline{SA}}=\frac{n'(\overline{CS}+\overline{SA'})}{\overline{SA'}}$$

$$n\left[1-\frac{\overline{SC}}{\overline{SA}}\right]=n'\left[1-\frac{\overline{SC}}{\overline{SA'}}\right]$$

$$n - n' = n\frac{\overline{SC}}{\overline{SA}} - n'\frac{\overline{SC}}{\overline{SA'}}$$

En divisant les deux membres par $\overline{SC}$:

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n-n'}{\overline{SC}}$$

$$\boxed{\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}}}$$

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'-n}{R}$$

Avec $\overline{SA} = p$: distance objet, $\overline{SA'} = p'$: distance image et $\overline{SC} = R$: rayon du dioptre

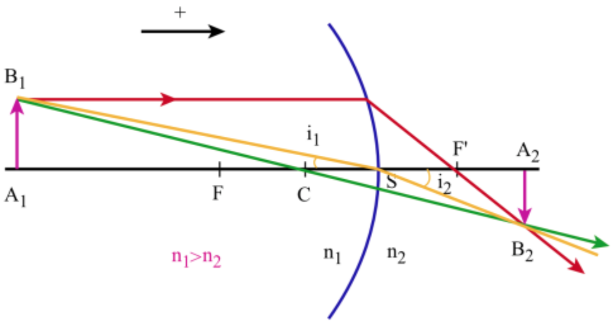
Remarque : on appelle convergence C d'un dioptre sphérique, la quantité :

$$C = \frac{n'-n}{R}$$

De même, on appelle Vergence objet : $V = \frac{n}{p}$

Et Vergence image : $V' = \frac{n'}{p'}$

2.1.1.3.2 Origine au centre



En reprenant la relation : $n_1\frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2\frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}}$

On peut encore écrire : $n_1\frac{\overline{SA_2}}{\overline{CA_2}} = n_2\frac{\overline{SA_1}}{\overline{CA_1}}$

Sachant que :

$\overline{SA_1} = \overline{SC}+\overline{CA_1}$

$\overline{SA_2} = \overline{SC}+\overline{CA_2}$

$$n_1\frac{\overline{SC}+\overline{CA_2}}{\overline{CA_2}} = n_2\frac{\overline{SC}+\overline{CA_1}}{\overline{CA_1}}$$

$$n_1\left(1+\frac{\overline{SC}}{\overline{CA_2}}\right) = n_2\left(1+\frac{\overline{SC}}{\overline{CA_1}}\right)$$

On en déduit :

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{CA_2}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1-n_2}{\overline{CS}}}$$

En appliquant le théorème de Thalès aux triangles CA1B1 et CA2B2 on obtient :

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}}$$

2.1.1.3.3 Origine aux foyers

a- Foyers principaux (F,F')- distance focales

Définition : Les foyers (ou points focaux) objet et image sont les points conjugués de points situés à l'infini. Le foyer objet F est le point conjugué d'une image réelle à l'infini, tandis que le foyer image F' est l'image d'un objet réel placé à l'infini.

Partons de la relation $\frac{n}{p}$-$\frac{n\prime}{p\prime}=\frac{n-n\prime}{R}$, on peut définir la position des foyers, et les distances focales $\overline{SF}=f$ et $\overline{SF'}=f'$.

Foyer principal objet : F

A'→ ∞, p'→ ∞ ⟹ p→ $f=\overline{SF}$ ⟹

$\overline{SF}$=$f=\frac{nR}{n-n\prime}$ = - $\frac{n}{C}$

f est la distance focale objet et C étant la convergence du dioptre sphérique.

Foyer principal image : F'

A→ ∞, p→ ∞ ⟹ p′ → $f'=\overline{SF'}$ ⟹

$\overline{SF'}$=$f'=\frac{-n\prime R}{n-n\prime}$ = $\frac{n\prime}{C}$. Où f' est la distance focale image

D'où il vient que :

$C=\frac{n'}{f'}$ =-$\frac{n}{f}$

b- Relation entre les distances focales

Nous avons toujours le rapport des distances focales :

$$\frac{f}{f'}=-\frac{n}{n'}$$

Les deux foyers sont toujours de part et d'autre du sommet S du dioptre.

On a également : $f+f'=R$

Nous allons prendre la relation de Descartes suivante :

$$\frac{n}{\overline{SA}}-\frac{n'}{\overline{SA'}}=\frac{n-n'}{\overline{SC}}$$

En divisant les deux membres de la relation par : $\frac{n-n'}{\overline{SC}}$

On trouve que :

$$\frac{n}{\overline{SA}}-\frac{n'}{\overline{SA'}}=\frac{n-n'}{\overline{SC}}$$

$$\frac{\frac{n}{\overline{SA}}-\frac{n'}{\overline{SA'}}}{\frac{n-n'}{\overline{SC}}}=1 \Longrightarrow \frac{\frac{n\overline{SC}}{n-n'}}{\overline{SA}}-\frac{\frac{n'\overline{SC}}{n-n'}}{\overline{SA'}}=1$$

On obtient la relation suivante :

$$\frac{f}{\overline{SA}}+\frac{f'}{\overline{SA'}}=1$$

c- Formule de conjugaison- origine aux foyers

Si on prend l'origine aux foyers, on pose $\overline{FA}=q$: distance objet et $\overline{F'A'}=q'$: distance image.

On a : $p=\overline{SA}=\overline{SF}+\overline{FA}=f+q$

$p'=\overline{SA'}=\overline{SF'}+\overline{F'A'}=f'+q$

La relation de Descartes s'écrit :

$\frac{f}{f+q}$+$\frac{f'}{f'+q'}=1$

$\overline{FA}.\overline{F'A'}=f.f'$

$qq'=ff'$ c'est la relation de Newton

2.1.1.4 *Construction de l'image d'un objet AB*

Grandissement linéaire : $\gamma=\frac{\overline{A'B\prime}}{\overline{AB}}$

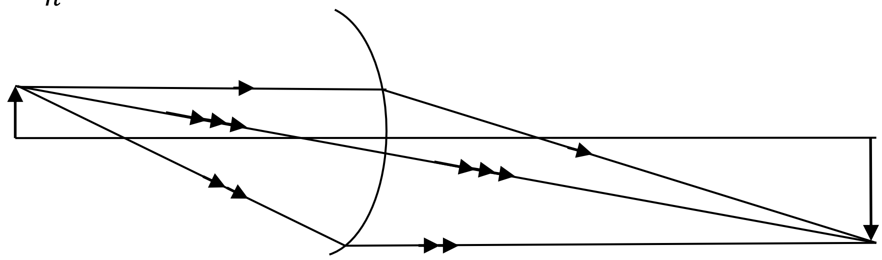
2.1.1.4.1 Origine au centre

Dans les triangles A'B'C et ABC on a :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{z'}{z} = \gamma$$

Pour les points de Weierstrass :

$$\gamma = \frac{n^2}{n'^2}$$



2.1.1.4.2 Origine au sommet :

Pour calculer γ, considérons le rayon issu de B et passant par le sommet S du dioptre (Fig. 2). Nous notons i l'angle d'incidence de ce rayon BS sur le dioptre et i' l'angle que fait le rayon réfracté SB'. Dans l'approximation des faibles angles, nous avons :

$$i = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{AB}}{p} \text{ et } i' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}} = \frac{\overline{A'B'}}{p'}$$

Dans l'approximation paraxiale, la loi de la réfraction (loi de Kepler) s'écrit n i = n' i'. Il vient donc

$$n\frac{\overline{AB}}{p} = n'\frac{\overline{A'B'}}{p'}$$

Nous obtenons l'expression du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{p'}{p}$$

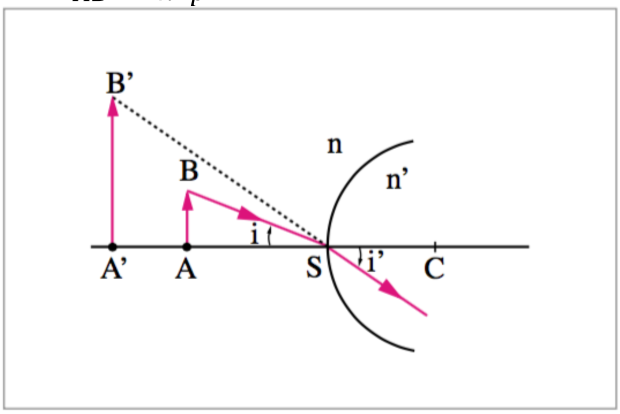


Figure 2 : Grandissement à travers un dioptre sphérique

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{n}{n'}\frac{p'}{p}$$

- ❑ Si $\gamma > 0$ alors l'image et l'objet ont un même sens, l'image est dite « droite ».
- ❑ Si $\gamma < 0$ alors l'image et l'objet ont un sens différent, l'image est dite « renversée » (voir figure 1).
- ❑ Si $|\gamma|>1 \Rightarrow$ l'image est plus grande que l'objet (agrandie).
- ❑ Si $|\gamma|<1 \Rightarrow$ l'image est plus petite que l'objet (rétrécie).

2.1.1.4.3 Origine aux Foyers :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-\overline{F'A'}}{\overline{SF'}} = \frac{-\overline{SF}}{\overline{FA}}$$

$\overline{AB}$: taille algébrique de l'objet.
$\overline{A'B'}$: taille algébrique de l'image.
$\overline{FA}$: position de l'objet par rapport au foyer F.
$\overline{F'A'}$:position de l'image par rapport au foyer F'.

2.1.1.4.4 Grandissement axial : g =$\frac{dp'}{dp}$

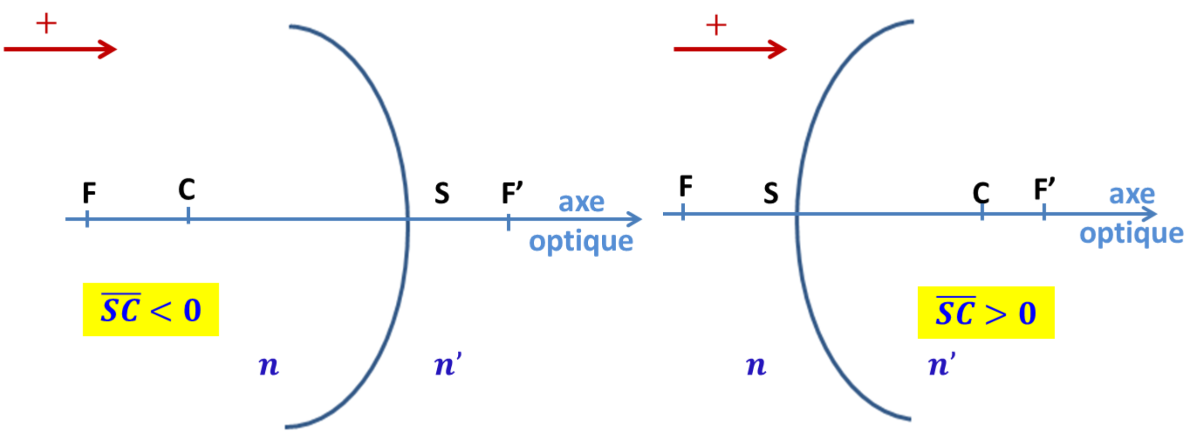
Soit en différentiant la relation de conjugaison :

$$\boxed{g = \frac{dp'}{dp} = \left(\frac{n}{n'}\right)\left(\frac{p'}{p}\right)^2 = \left(\frac{n}{n'}\right)\left(\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n}\right)\gamma^2}$$

Donc le grandissement axial g est toujours positif (g> 0).
γ: grandissement transversal.
$\overline{SA}$: position de l'objet par rapport au Sommet S.
$\overline{SA'}$: position de l'image par rapport au sommet S.

2.1.1.5 Convergence d'un dioptre sphérique

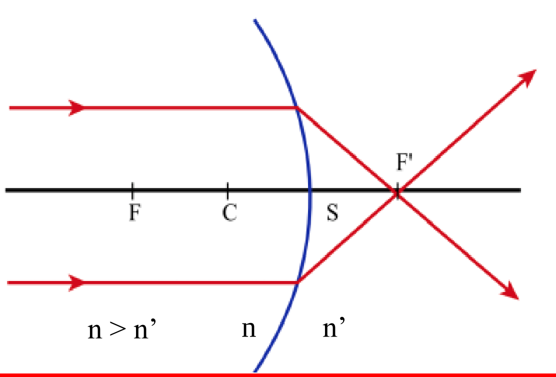
Les foyers principaux F et F' d'un dioptre sphérique sont toujours de part et d'autre de son sommet S, et selon le signe de la convergence C on peut distinguer deux sortes de dioptres. Un dioptre est dit convergent si le foyer image F' est réel et C>0, divergent s'il est virtuel et C<0.



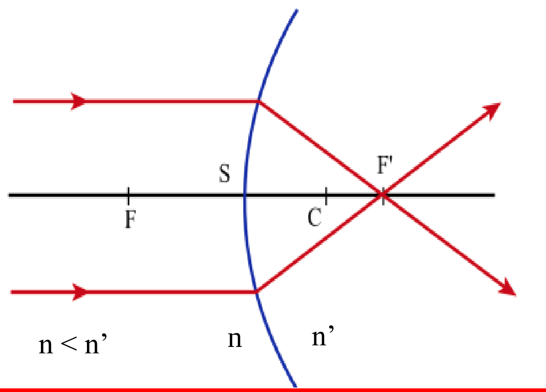
2.1.1.5.1 Dioptre convergent : $C = \frac{n'-n}{\mathrm{R}}$, avec $\mathbf{R} = \overline{\mathbf{SC}}$

C>0 ⇒ R et (n'-n) sont du même signe, d'où les deux cas possibles :

Le dioptre est concave ($R = \overline{SC} < 0$) et (n'-n < 0)



Le dioptre est convexe ($R = \overline{SC} > 0$) et (n'-n > 0)



Nous représentons la réfraction d'un faisceau de rayons parallèles à l'axe du dioptre suivant que le dioptre est convexe ou concave et que n_1 est supérieur ou inférieur à n_2.
Un dioptre sera convergent si le foyer image est réel.
On définit la convergence d'un dioptre par la relation :

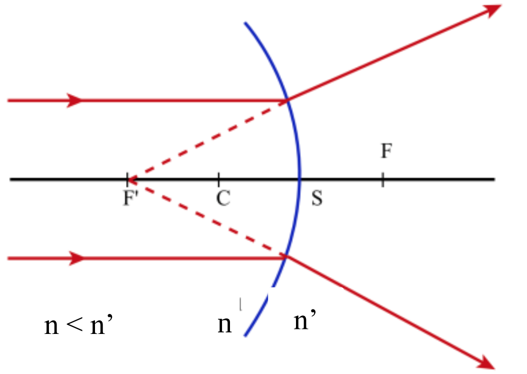
$$C = \frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

Le dioptre sera convergent si sa convergence est positive c'est-à-dire si le centre de courbure C est situé dans le milieu d'indice de réfraction le plus élevé.

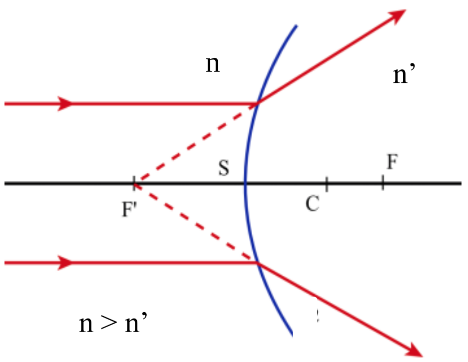
2.1.1.5.2 Dioptre divergent : $C = \frac{n'-n}{R}$ avec $R = \overline{SC}$

$C < 0 \Rightarrow$ R et (n'- n) sont de signe contraire, d'où les deux cas possibles

Le dioptre est concave ($R = \overline{SC} < 0$) et (n_2-n_1>0)



Le dioptre est convexe ($R = \overline{SC} > 0$) et (n_2-n_1<0)



Un dioptre sera divergent si le foyer image est virtuel ; le centre de courbure C est situé dans le milieu d'indice de réfraction le moins élevé.

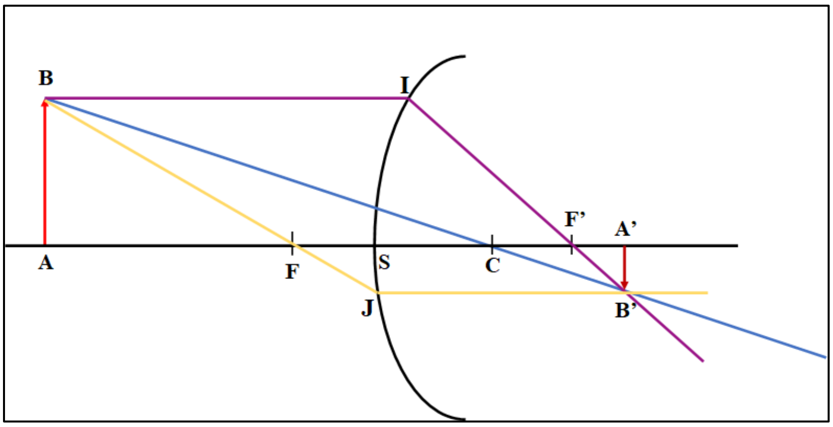
2.1.1.6 Construction géométrique de l'image d'un objet à travers un dioptre sphérique

2.1.1.6.1 Cas d'un objet AB situé à distance finie du dioptre

Considérons maintenant un objet transverse AB, situé à distance finie du dioptre. Pour construire l'image A'B' de AB à travers le dioptre, nous pouvons utiliser trois rayons particuliers issus de B (dans la pratique, le tracé de deux de ces rayons est suffisant) :

- ❑ le rayon BC passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié;
- ❑ le rayon incident BI parallèle à l'axe est réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre ;

- le rayon incident BF passant par le point focal objet F du dioptre est réfracté dans une direction parallèle à l'axe du dioptre.



2.1.2 Etude d'un dioptre plan

2.1.2.1 Définition

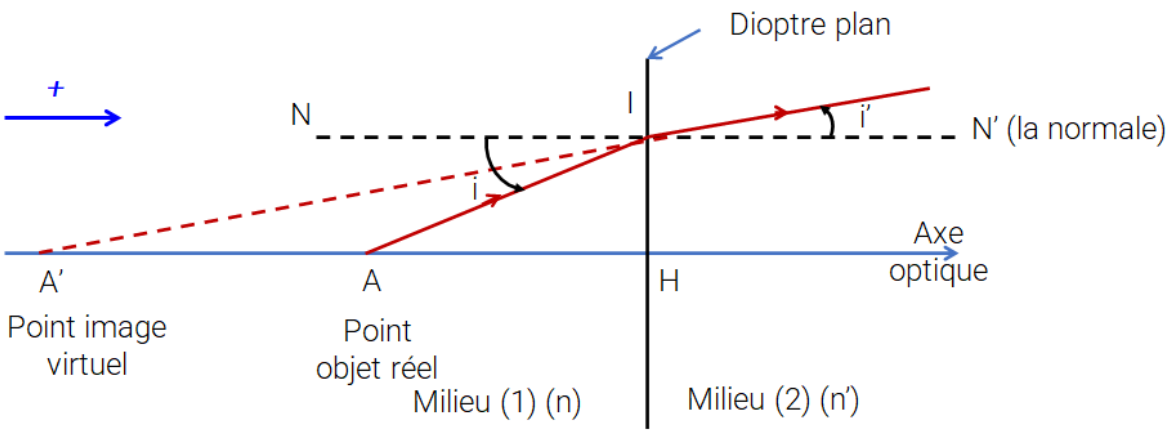
Un dioptre plan est une surface plane qui sépare deux M.T.H.I. d'indices $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{n'}$. Le dioptre plan est un dioptre sphérique de rayon infini. Le dioptre plan est un système optique afocal.
Il a été étudié comme exemple de système présentant un stigmatisme approché.

2.1.2.1.1 1er méthode

La minimisation du chemin optique au premier ordre (principe de Fermat) permet d'écrire une relation, dite relation de conjugaison, qui relie la position de l'objet A, associé à l'indice objet n, à celle de son image par le dioptre A', associée à l'indice image n' pour des angles i et i' faibles. O n a alors, d'après la loi de réfraction de Descartes $n\,.\sin i = n'\sin i'$

Avec $\sin i \approx \tan i = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}}$ et $\sin i' \approx \tan i' = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}}$, on obtient :

$\frac{\overline{HA}}{n} - \frac{\overline{HA'}}{n'} = 0$.



On dit que les points A et A' sont des points conjugués par le dioptre.

2.1.2.1.2 2ème méthode

Partons de la formule de conjugaison d'un dioptre sphérique avec origine au sommet.

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n-n'}{\overline{SC}}$$

Si le rayon de courbure R=$\overline{SC}$ tend vers l'infini:

$R \to \infty\ (S \to H)$

Avec $\overline{HA}$=$\overline{SA}$ et $\overline{HA'}$=$\overline{SA'}$

$$\Rightarrow \frac{n}{\overline{HA}} - \frac{n\prime}{\overline{HA\prime}} = \frac{n-n\prime}{\infty}=0$$

$$\Rightarrow \frac{n}{\overline{HA}} = \frac{n'}{\overline{HA'}}$$

Remarque:

Le grandissement linéaire d'un dioptre plan est toujours égal à l'unité ($\gamma = 1$)

2.1.2.2 Grandissement transversal et angulaire

Le grandissement linéaire d'un dioptre plan est défini par :

$$\boldsymbol{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'}\frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}} = 1}$$

Le grandissement angulaire d'un dioptre plan est défini par :

$$\boldsymbol{G_a = \frac{i'}{i}}$$

2.1.2.3 Applications des dioptres plans

2.1.2.3.1 Lame à faces parallèles

Soit une lame à faces parallèles (Figure 3), d'épaisseur e et d'indice n2, placée entre deux milieux d'indices respectifs n1 et n3. Un rayon incident SI frappe le premier dioptre plan sous l'incidence i1 ; il se réfracte avec un angle de réfraction i2. Les deux faces de la lame étant parallèles, le rayon réfracté II' tombe sur le second dioptre plan avec l'incidence i2 et émerge avec l'angle i3. L'application des lois de la réfraction en I et I' donne :

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$

$n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3.$

Soit

$n_1 \sin i_1 = n_3 \sin i_3.$

L'angle d'émergence i_3 est donc indépendant du milieu intermédiaire.

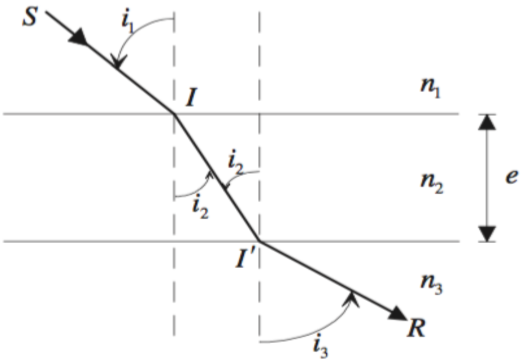


Figure3 : Marche d'un rayon lumineux dans une lame à faces parallèles (n3 < n1 < n2).

Cas particulier : la lame est plongée dans deux milieux extrêmes identiques (n1 = n3): i1 = i3.

Le rayon émergent est donc parallèle au rayon incident. Cependant, le rayon sortant I'R est décalé de la quantité δ = IH par rapport à l'incident SI. δ se calcule en considérant les triangles rectangles IKI' et IHI' où l'on a (fig. 4) :

$II' = \frac{IK}{\cos i_2} = \frac{e}{\cos i_2},$

et $\delta = II' \sin(i_1 - i_2).$

Soit : $\delta = e\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}.$

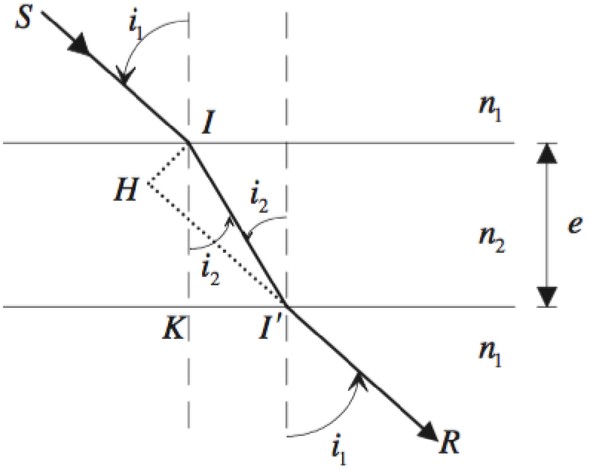


Figure 3 : Marche d'un rayon lumineux dans une lame à faces parallèles d'indice n2 plongée dans deux milieux extrêmes identiques (n1 = n3, n1 < n2).

Remarque: pour de petites angles, $\sin(i_1 - i_2) \approx i_1 - i_2$ et $\cos i_2 \approx 1$, d'où :

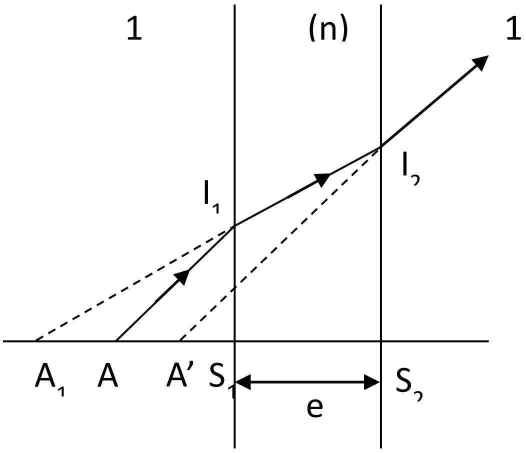
$\delta = e(i_1 - i_2) = e \times i_1 \left(1 - \frac{i_2}{i_1}\right).$

Or, comme $n_1 i_1 = n_2 i_2$, il vient que

$\delta = e \times i_1 \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right).$

Relation de conjugaison- distance objet-image

Soit une lame à faces parallèles constituée de deux dioptres plans. Le premier dioptre donne d'un point objet A une image A1, cette dernière joue le rôle d'objet pour le second dioptre qui en donne l'image finale A'. Ces trois points sont sur le rayon perpendiculaire à la lame qui rencontre respectivement ses deux faces en S1 et S2.



La relation de conjugaison des dioptres s'écrit successivement :

pour le premier dioptre :

$\frac{n}{\overline{S_1A_1}} = \frac{1}{\overline{S_1A}} \Leftrightarrow \overline{S_1A_1} = n\overline{S_1A} \Leftrightarrow \overline{AS_1} = \frac{\overline{A_1S_1}}{n}$

pour le deuxième dioptre :

$\frac{n}{\overline{S_2A_1}} = \frac{1}{\overline{S_2A'}} \Leftrightarrow \overline{S_2A_1} = n\overline{S_2A'} \Leftrightarrow \overline{S_2A'} = \frac{\overline{S_2A_1}}{n}$

La distance entre l'objet et l'image est donc donnée par :

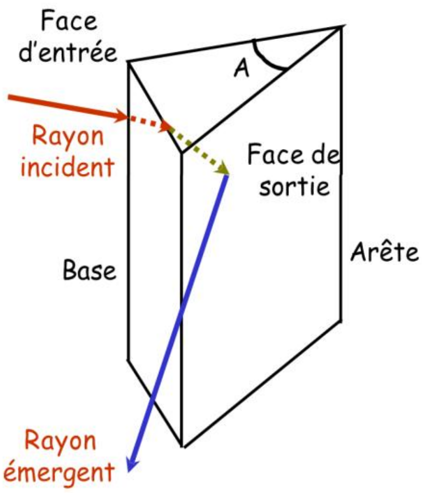
$$\overline{AA'} = \overline{AS_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2A'} \Longrightarrow$$
$$\overline{AA'} = \frac{\overline{A_1S_1}}{n} + \overline{S_1S_2} + \frac{\overline{S_2A_1}}{n} \Longrightarrow$$
$$\overline{AA'} = \frac{\overline{A_1S_1}}{n} + \overline{S_1S_2} + \frac{\overline{S_2S_1}}{n} + \frac{\overline{S_1A_1}}{n} \Longrightarrow$$
$$\overline{AA'} = \overline{S_1S_2}\left(1 - \frac{1}{n}\right) = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

2.1.2.3.2 Prisme

2.1.3 Définition

Un prisme est un M.T.H.I limité par deux dioptres plans non parallèles qui constituent les faces du prisme. Ces derniers se coupent suivant une droite qui est l'arête du prisme et faisant un angle A , appelé angle du prisme.

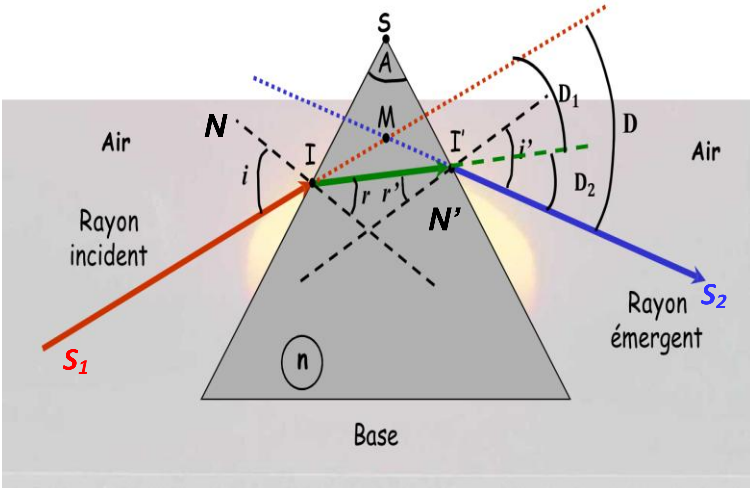
Les rayons lumineux envoyés sur le prisme se réfractant successivement sur ces deux faces.



Un prisme est totalement défini par son angle A et son indice relatif *n*.

2.1.4 Marche d'un rayon lumineux. Formules du prisme

- On considère un prisme d'angle A et d'indice n.
- Un rayon lumineux S_1I arrive sur la 1ère face de ce prisme.
- Construisant les rayons émergents en s'aidant des lois de Descartes. On suppose que le prisme est plongé dans un milieu extérieur homogène d'indice égal à 1.



- ❑ Au point d'incidence $\boldsymbol{I}$, on a :

$\sin i = n.\sin r,$ (1)

- ❑ Au point d'incidence $\boldsymbol{I'}$, on a :

$\sin i' = n.\sin r'$ (2)

- ❑ Dans le triangle ($\boldsymbol{ISI'}$) :

$(\frac{\pi}{2} - r) + A + (\frac{\pi}{2} - r') = \pi$, soit :

$r + r' = A.$ (3)

- ❑ Dans le triangle ($\boldsymbol{IMI'}$):

$$(i - r) + (\pi - D) + (i' - r') = \pi$$

- ▪ $\boldsymbol{D}$ est l'angle de déviation du rayon incident. Autrement dit c'est l'angle que fait le rayon incident avec le rayon réfractée :
- ▪ Soit : $\boldsymbol{D = i + i' - (r + r')}$ d'où :

$D = i + i' - A$ (4)

- ▪ avec : $\boldsymbol{D_1 = i - r}$; $\boldsymbol{D_2 = i' - r'}$ et $\boldsymbol{D = D_1 + D_2}$

Les formules du prisme :
$\sin i = n.\sin r$
$\sin i' = n.\sin r'$
$A = r + r'$
$D = i + i' - A$

2.1.5 Variation de D en fonction de i : minimum de déviation

Si l'on trace l'évolution de D en fonction de l'angle d'incidence i, on obtient la courbe représentée sur la figure (Fig.6). On constate que lorsque i varie de i_0 à $\frac{\pi}{2}$, D décroit, passe par un minimum D_m puis augmente. Ce minimum se produit quand $i = i' = i_m = \frac{(D_m + A)}{2}$.

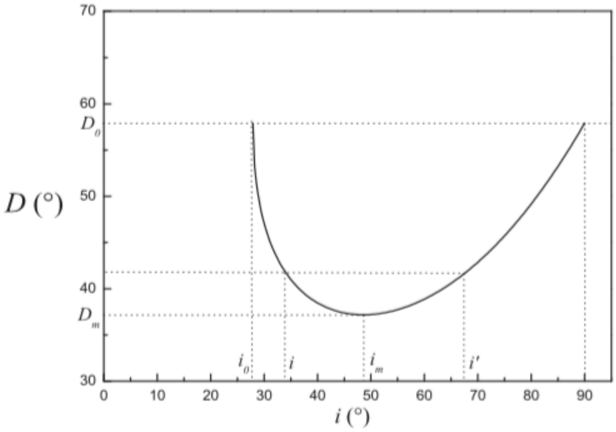


Figure 1 : Courbe de variation de la déviation avec l'angle d'incidence. A = 60°, n = 1,5.

Au minimum de déviation, nous avons donc $i = i' = i_m$ et $r = r' = r_m$; dans ces conditions, les formules du prisme deviennent

$sini_m = n.sinr_m,$

$2\,r_m = A,$

$D_m = 2i_m - A.$

Le trajet de la lumière est alors symétrique par rapport au plan bissecteur du prisme comme le montre la figure 7.

En remplaçant i_m et r_m par leurs valeurs dans la relation de Snell-Descartes, il vient :

$$n = \frac{sin\left[\frac{(A+D_m)}{2}\right]}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Par conséquent, de la mesure de A et de D_m, on peut déduire de façon assez précise l'indice du prisme.

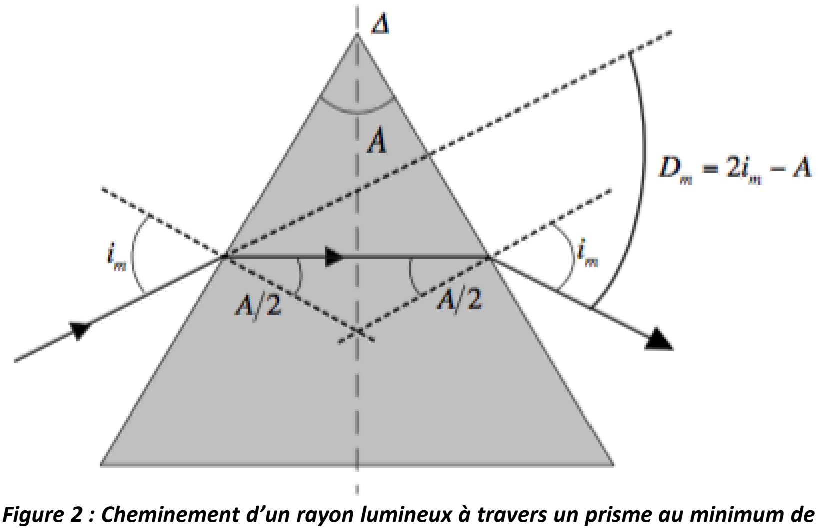


Figure 2 : Cheminement d'un rayon lumineux à travers un prisme au minimum de déviation : la figure est symétrique par rapport à Δ, plan bissecteur du prisme .

Les formules du prisme au minimum de déviation :

$sini_m = n.sinr_m$

$2\,r_m = A$

$D_m = 2i_m - A$