FORCFS NEUTONIENNES

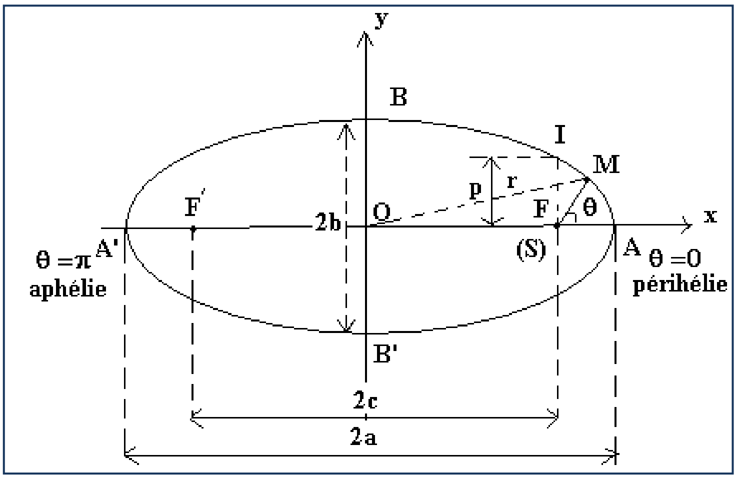
Champ de gravitation- Forces centrales

$3^{ème}$ partie

VI – Mouvement des planètes autour du soleil :

1) Caractéristiques des trajectoires

Les planètes décrivent autour du soleil des ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers. Le point A, le plus proche du soleil est appelé **périhélie** (ou **périgée** pour la terre). Le point A' le plus éloigné est appelé **aphélie** (ou **apogée** pour la terre).



a- ***<u>La longueur du grand axe $AA' = 2a$</u>***

$$AA' = r_A + r_{A'} = r_{(\theta=0)} + r_{(\theta=0)} = \frac{P}{1+e} + \frac{P}{1-e} = 2a$$

Sachant que $E = -\frac{GmM}{2P}[1-e^2] \quad \Rightarrow \quad \frac{[1-e^2]}{2P} = -\frac{E}{GmM} = \frac{1}{AA'} = \frac{1}{2a}$

$$\Rightarrow \quad E = -\frac{GmM}{2a}$$

« L'énergie mécanique E de la planète ne dépend que de la longueur du grand axe de son orbite »

b- ***La longueur de petit axe*** $BB' = 2b$

$\forall M$ appartenant à l'ellipse on a : $2a = MF + MF'$

En particulier pour $M \equiv B$ on a : $BF + BF' = 2a$ comme $BF = BF' \Rightarrow BF = a$

En plus $OB^2 = b^2 = BF^2 - OF^2 = a^2 - {c_F}^2$ avec $c_F = OF$

On sait que l'excentricité d'une ellipse $e = \frac{c_F}{a} = \frac{OF}{a}$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{b^2 = a^2 - c^2 = a^2(1 - e^2) = aP}$$

Plus e est grand plus c_F est grand. Plus les foyers sont éloignés de O on dit qu'ils sont excentrés d'où le terme : *e* = **« excentricité »**

$b^2 = aP$ et $P = \frac{C^2}{GM}$ avec $C = r^2\dot{\theta} = |\overrightarrow{OM} \wedge \vec{V}| \Rightarrow |\vec{\sigma}_O| = |\overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}| = mC$

$$\Rightarrow P = \frac{{\sigma_O}^2}{GMm^2} \quad \text{et comme} \quad 2a = -\frac{GmM}{E} \quad \Rightarrow b^2 = aP = -\frac{{\sigma_O}^2}{2mE}$$

c- ***Période de la planète sur son arbitre***

Sachant que le mouvement s'effectue suivant la loi des aires : $dS = \frac{C}{2}dt = \frac{\sigma_O}{2m}dt$

La surface balayée au cours d'une révolution $S = \frac{\sigma_O}{2m}T$.

On sait que la surface d'une ellipse $S = \pi ab$ et on a $2a = -\frac{GmM}{E}$ et $b^2 = -\frac{{\sigma_O}^2}{2mE}$

$$T = \frac{2\pi abm}{\sigma_O} \text{ et } T^2 = \left(\frac{GmM}{E}\right)^2 \pi^2 \left(-\frac{{\sigma_O}^2}{2mE}\right)\frac{m^2}{{\sigma_O}^2} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3 \quad \Rightarrow \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

On trouve ainsi la ***3^{éme} loi de Kepler*** concernant le mouvement de la planète autour du soleil

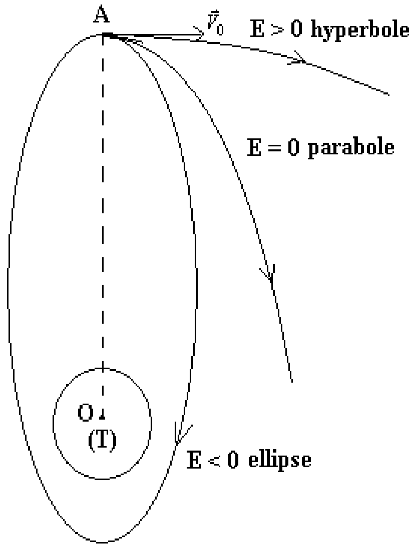
" Le cube du demi grand axe *a* de l'ellipse, trajectoire d'une planète, est proportionnelle au carré de sa période de révolution *T* autour du soleil "

VII- LANCEMENT DE SATELLETES ARTIFICIELS :

1/ Hypothèses :

Considérons un satellite de masse m lancé de la terre, de masse M. Arrivé à la hauteur h, il reçoit une poussée finale au point A, qui crée la vitesse $\vec{V}_0$ faisant avec $\overrightarrow{OA} = \vec{r}_0$ un angle α_0.

L'orbite est une hyperbole, une ellipse ou une parabole selon que : l'énergie E est positive négative ou nulle.



2/ Vitesse de libération

Pour que le satellite échappe à l'attraction terrestre et s'éloigne à l'infini (par exemple des sondes interplanétaires de venus) $\Rightarrow$ trajectoires ouvertes c'est-à-dire tel que $E \geq 0$

$$\Rightarrow \qquad E = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{GmM}{r} \geq 0$$

La vitesse minimale correspond à $E = 0$. Soit V_L cette vitesse en un lieu de lancement sur la terre ou $r = R$

$$\frac{1}{2}mV^2 = \frac{GmM}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{V_L = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$ **Vitesse de libération**

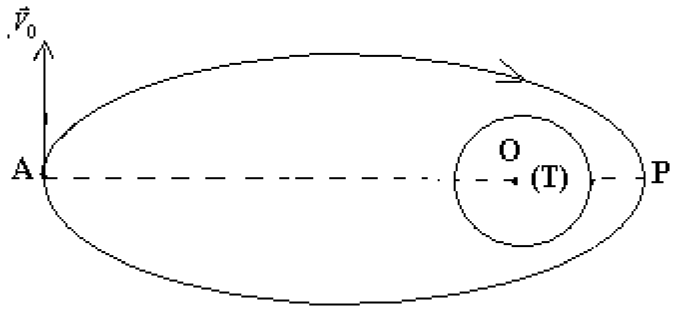
AN:$R = 6400\ Km$; $M = 6.10^{24} Kg$ et $G = 6,67.10^{-11} SI$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{V_L \approx 11,2.10^3\ m/s = 40700\ Km/h}$$

N.B : La vitesse $\boldsymbol{V_L}$ est indépendante de la masse du satellite. Cependant la ''poussée'' nécessaire pour accélérer le corps jusqu'à ce qu'il atteigne la vitesse $\boldsymbol{V_L}$ dépend bien de la masse. Donc pour des missiles et satellites très lourds il faut des fusées très puissantes.

3/ Vitesse satellisation :

Généralement, un satellite tournant autour de la terre a une orbite elliptique dont le centre de la terre occupe l'un des foyers.



Soit P le point de la trajectoire le plus proche de la terre (périgée). Pour que le satellite ne tombe pas sur la terre il faut que : $OP \geq R$

On a : $OP = r_{(\theta=0)} = \frac{P}{1+e} = \frac{a(1-e^2)}{1+e}$ avec $2a = \frac{P}{1+e} + \frac{P}{1-e} = \frac{2P}{1-e^2}$

$$\Rightarrow \quad \textbf{le périgée : } \boldsymbol{OP = a(1-e)}$$

On sait que $a = -\frac{GmM}{2E}$ donc : $OP \geq R \quad \Rightarrow \quad OP = a(1-e) = -\frac{GmM}{2E}(1-e) \geq R$

Avec $E < 0 \;\Rightarrow\; E \geq -\frac{GmM}{2R}(1-e) \;\Rightarrow\; \frac{1}{2}mV_0{}^2 - \frac{GmM}{r_0} \geq -\frac{GmM}{2R}(1-e)$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mV_0{}^2 \geq GmM\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{2R}\right] + \frac{GmM}{2R}e$$

Pour $r_0 = R$ et pour une orbite circulaire $e = 0$ on aura : $\frac{1}{2}mV_0{}^2 \geq \frac{GmM}{2R}$

V_0 est appelée **vitesse de satellisation** :

$$V_0 = V_S = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 7{,}9km.s^{-1} \approx 28500km.h^{-1}$$